

**SIMULAREA EVALUĂRII NAȚIONALE  
PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a  
MATEMATICĂ  
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctaj corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I****(30 de puncte)**

1.	c)	5p
2.	a)	5p
3.	a)	5p
4.	a)	5p
5.	c)	5p
6.	a)	5p

**SUBIECTUL al II-lea****(30 de puncte)**

1.	c)	5p
2.	b)	5p
3.	b)	5p
4.	a)	5p
5.	a)	5p
6.	c)	5p

## SUBIECTUL I

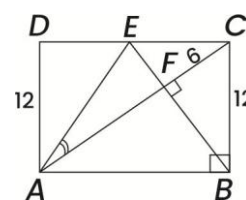
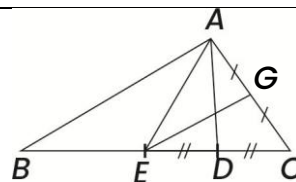
(30 de puncte)

1.	$\left(2^{111} +  2^{111} - 3^{200} \right) : (-9)^{100} \quad (1)$ $2^{111} < 3^{200} \Rightarrow  2^{111} - 3^{200}  = 3^{200} - 2^{111}. \text{ Deci relația (1) este egală cu:}$ $\left(2^{111} + 3^{200} - 2^{111}\right) : 9^{100} \Rightarrow 3^{200} : (3^2)^{100} = 3^{200} : 3^{200} = 1. \quad \text{R: c)}$	5p
2.	$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{y} = \frac{2z}{5} \Leftrightarrow 5x = 2yz \\ (5, 2) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x:2 \\ x = \text{nr.prim} \end{array} \right\} \Rightarrow x = 2.$ $\text{Avem } 5 \cdot 2 = 2yz \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} yz = 5 \\ y, z \in \mathbb{N}^* \end{array} \right\} \Rightarrow y = 1 \text{ și } z = 5 \text{ sau } y = 5 \text{ și } z = 1.$ $\text{Deci } y + z = 6 \text{ și atunci } x + y + z = 2 + 6 = 8. \quad \text{R: a)}$	5 p
3.	$a = \frac{111}{112} = \frac{112-1}{112} = \frac{112}{112} - \frac{1}{112} = 1 - \frac{1}{112}$ $b = \frac{444}{445} = 1 - \frac{1}{445}; \quad c = 1 - \frac{1}{223}; \quad d = 1 - \frac{1}{334}.$ $\text{Cum } \frac{1}{445} < \frac{1}{334} < \frac{1}{223} < \frac{1}{112} \Rightarrow a < c < d < b.. \quad \text{R: a)}$	5p
4.	$a = 4 + \sqrt{7}; \quad b = 4 - \sqrt{7}.$ $m_g = \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{(4 + \sqrt{7})(4 - \sqrt{7})} = \sqrt{16 - 7} = \sqrt{9} = 3$ $m_a = \frac{a+b}{2} = \frac{4 + \sqrt{7} + 4 - \sqrt{7}}{2} = 4;$ $m_g - m_a = 3 - 4 = -1. \quad \text{R: a)}$	5 p
5.	$3\sqrt{2} < \sqrt{2n+1} < 2\sqrt{5} \quad  ^2$ $18 < 2n + 1 < 20 \quad  _{-1}; \quad \left. \begin{array}{l} 17 < 2n < 19 \\ n \in \mathbb{N} \end{array} \right\} \Rightarrow n = 9. \quad \text{R: c)}$	5 p
6.	$\left. \begin{array}{l} 3x+1   2x+5 \quad   \cdot (+3) \\ 3x+1   3x+1 \quad   \cdot (-2) \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} 3x+1   6x+15 \\ 3x+1   -6x-2 \end{array} \right\} +$ $3x+1   13$ $\Rightarrow 3x + 1 \in D_{13}(-2) = \{-13, -1, 1, 13\} \Leftrightarrow A = \{0, 4\}.$ $\text{Așadar afirmația este adevărată..} \quad \text{R: a)}$	

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	<p>Avem <math>OA = OC = 2</math> cm. Fie <math>DM = MC = a</math>, <math>NA = NB = b</math>.</p> <p>Deci: <math>DC + AC + AB = 2a + 4 + 2b = 20 \Rightarrow 2a + 2b = 16 \mid :2 \Rightarrow</math>  <math>\Rightarrow a + b = 8</math>.</p> <p><math>MN = MC + AC + AN = a + b + 4 = 8 + 4 = 12</math> cm. R: c)</p>	5p
2.	<p>Fie <math>n^\circ =</math> măsura <math>\sphericalangle</math> și <math>180^\circ - n^\circ =</math> măsura suplementului lui.</p> <p><math>n^\circ = (180^\circ - n^\circ) - 45^\circ</math>; <math>n^\circ + 45^\circ = 180^\circ - n^\circ</math>;  <math>2n^\circ = 180^\circ - 45^\circ</math>; <math>2n^\circ = 135^\circ</math>  <math>\Rightarrow n^\circ = 135^\circ : 2 = 134^\circ 60' : 2 = 67^\circ 30'</math></p> <p>R: b)</p>	5 p
3.	<p>Fie <math>E</math> și <math>G</math> mijloacele lui <math>BC</math> și <math>AC</math>. Avem:</p> <p><math>GE = \frac{AB}{2}</math> și <math>CE = \frac{BC}{2}</math>; <math>BC = BD + DC =</math></p> <p><math>3DC + DC = 4DC \Rightarrow DC = \frac{BC}{4}</math>.</p> <p><math>\left. \begin{array}{l} BC = 2AC \\ BC = 2EC \end{array} \right\} \Rightarrow CE = AC \Rightarrow \triangle AEC</math> isoscel.</p> <p><math>\Rightarrow</math> medianele <math>AD = GE = \frac{AB}{2} \Rightarrow \frac{AB}{AD} = 2</math>.</p> <p>R: b)</p>	5p
4.	<p><math>\overset{T.C.}{\text{În } \triangle CBA, \sphericalangle B = 90^\circ \Rightarrow BC^2 = CF \cdot AC.}</math>  <math>\Rightarrow 144 = 6 \cdot AC \Rightarrow AC = 24</math> cm <math>\Rightarrow AF = 18</math> cm.</p> <p><math>\overset{T.P.}{\text{În } \triangle BAC, \sphericalangle B = 90^\circ \Rightarrow AC^2 = BC^2 + AB^2}</math>  <math>\Rightarrow 24^2 = 12^2 + AB^2 \Rightarrow AB = 12\sqrt{3}</math> cm.</p> <p><math>EC \parallel AB \Rightarrow \frac{EC}{AB} = \frac{FC}{AC} \Leftrightarrow \frac{EC}{12\sqrt{3}} = \frac{6}{18} \Rightarrow EC = \frac{12 \cdot \sqrt{3} \cdot 6}{18} = 4\sqrt{3}</math>  <math>\Rightarrow DE = 8\sqrt{3}</math> cm.</p> <p><math>\overset{T.P.}{\text{În } \triangle ADE, \sphericalangle D = 90^\circ \Rightarrow AE^2 = AD^2 + DE^2 \Rightarrow AE^2 = 144 + 19 \cdot 2}</math>  <math>\Rightarrow AE^2 = 336 \Rightarrow AE = 4\sqrt{21}</math> cm.</p> <p><math>A_{AEC} = \frac{AE \cdot AC \cdot \sin \sphericalangle EAC}{2} = \frac{AD \cdot EC}{2}</math></p>	5p



	$4\sqrt{21} \cdot 24 \cdot \sin \sphericalangle EAC = 12 \cdot 4\sqrt{2} \quad   : 4\sqrt{3}$ $\sqrt{7} \cdot 24 \cdot \sin \sphericalangle EAC = 12 \quad   : 12$ $2\sqrt{7} \cdot \sin \sphericalangle EAC = 1 \Rightarrow \sin \sphericalangle EAC = \frac{1}{2\sqrt{7}} \Rightarrow \sin \sphericalangle EAC = \frac{\sqrt{7}}{14}. \quad \text{R: a)}$	
5.	<p>Fie <math>\{Q\} = AB \cap O_1O_2</math>. <math>AB</math> tangenta <math>C(O_1, r_1)</math> și <math>C(O_2, r_2)</math>, atunci <math>\sphericalangle O_1AQ = 90^\circ = \sphericalangle QBO_2</math>.</p> $\Delta O_1AQ \equiv \Delta O_2BQ \text{ (C.U.)} \Rightarrow AQ = QB = \frac{AB}{2} = 12 \text{ cm}$ <p><i>T.P.</i>  <math>\Rightarrow_{\Delta AO_1Q} O_1Q = \sqrt{O_1A^2 + AQ^2} = \sqrt{16^2 + 12^2} = \sqrt{400} = 20 \text{ cm} = O_2Q</math>.</p> $O_1O_2 = O_1C + CD + DO_2 = O_1Q + QO_2 = 40 \text{ cm.}$ $16 + CD + 16 = 40 \Rightarrow CD = 8 \text{ cm.} \quad \text{R: a)}$	5p
6.	$\left. \begin{array}{l} AB \perp (ADD') \\ AD' \in (ADD') \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta B'AD' \text{ dreptunghic, } \sphericalangle BAD' = 90^\circ \text{ (1)}$ <p>Fie <math>AE \perp BD \Rightarrow</math> distanța de la <math>A</math> la <math>BD'</math> este <math>AE</math> (2)</p> $\text{Din (1) și (2)} \Rightarrow AE = \frac{AB \cdot AD'}{BD'} = \frac{20\sqrt{3} \cdot 20\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{20\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = 20\sqrt{2}$ <p style="text-align: right;">R: c)</p>	

## SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	<p>a) După prima reducere, telefonul costă:</p> $5000 - \frac{p}{100} \cdot 5000 = 5000 \left(1 - \frac{p}{100}\right) \text{ lei}$ <p>După a doua reducere, telefonul costă:</p> $5000 \left(1 - \frac{p}{100}\right) - \frac{p}{100} \cdot 5000 \left(1 - \frac{p}{100}\right) = 5000 \left(1 - \frac{p}{100}\right)^2 = 4050 \text{ lei.}$ $\left(1 - \frac{p}{100}\right)^2 = \frac{81}{100}, \text{ obținem } p\% = 10\%.$	1p 1p 1p
----	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------

	<p>b) După prima reducere, telefonul costă:</p> $5000 - \frac{p}{100} \cdot 5000 = \left(1 - \frac{10}{100}\right) = 5000 \cdot \frac{90}{100} = 4500 \text{ lei.}$	2p
2.	<p>a) <math>56 - 65 = 5^2 - 6^2 - 2 \cdot 5 + 2 \cdot 6; 5 &lt; 6</math>  <math>-9 = 25 + 36 - 10 + 12; -9 = -9 \text{ (A)}</math>            Deci numărul 56 îndeplinește proprietatea din enunț.</p>	1p 1p
	<p>b) <math>\overline{ab} - \overline{ba} = 10a + b - 10b - a = 9a - 9b = 9(a - b) \quad (1)</math>  <math>a^2 - b^2 - 2a + 2b = (a - b)(a + b) - 2(a - b) = (a - b)(a + b - 2) \quad (2)</math>            Avem din (1) și (2) <math>9(a - b) = (a - b)(a + b - 2) \Leftrightarrow</math>  <math>(a + b - 2) = 9(a - b) = 0; (a - b)(a + b - 2 - 9) = 0; (a - b)(a + b - 11) = 0</math>            Avem <math>a &lt; b \Rightarrow a - b \neq 0</math>.  <math>\left. \begin{array}{l} a + b = 11 \\ b - \text{cifre} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{ab} \in \{29, 38, 47, 56\} = 29 + 38 + 47 + 56 = 170.</math></p>	1p 1p 1p
3.	<p>a) <math>E(x) = x + \left( \frac{8 - x^2}{x - 2} \cdot \frac{1}{x - 4} + \frac{x - 2}{x - 4} \right) : \frac{2(x - 2)}{x + 2} + \frac{2}{x - 4}</math>  <math>E(x) = x + \left( \frac{8 - x^2 + x - 2}{(x - 2)(x - 4)} \cdot \frac{2(x - 2)}{x + 2} + \frac{2}{x - 4} \right) + \frac{2}{x - 4}</math>  <math>E(x) = x + \frac{2(-x^2 + x + 6)}{(x - 4)(x + 2)} + \frac{2}{x - 4}</math>            Avem: <math>-x^2 + x + 6 = -x^2 + 3x - 2x + 6 = x(3 - x) + 2(3 - x) = (x + 2)(3 - x)</math> și  <math>E(x) = x + 2 \cdot \frac{(x + 2)(3 - x)}{(x - 4)(x + 2)} + \frac{2}{x - 4}; E(x) = x + \frac{6 - 2x}{x - 4} + \frac{2}{x - 4}</math>  <math>E(x) = \frac{x^2 - 4x + 6 - 2x + 2}{x - 4}; E(x) = \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 4}; E(x) = \frac{(x - 4)(x - 2)}{x - 4};</math>  <math>E(x) = x - 2, (\forall) x \in \mathbb{R} \setminus \{-2; 2; 4\}.</math></p>	1p 1p 1p

	<p>b) <math>E(b) = n - 2; E(n) + 3\sqrt{7} = \frac{1}{E(n) - 3\sqrt{7}};</math></p> <p><math>(E(n) + 3\sqrt{7})(E(n) - 3\sqrt{7}) = 1; E^2(n) + (3\sqrt{7})^2 = 1</math></p> <p><math>E^2(n) - 63 = 1 \Leftrightarrow E^2(n) = 64 \Leftrightarrow (n - 2)^2 = 64 \quad  \sqrt{\phantom{x}}</math></p> <p><math> n - 2  = 8 \Rightarrow n - 2 = 8 \Rightarrow n = 10</math></p> <p><math>n - 2 = -8 \Rightarrow n = -6</math></p> <p><math>n \in \{-6, 10\}.</math></p>	1p
4.	<p>a) <math>\left. \begin{array}{l} BA \equiv CA \quad (ip) \\ BAD \equiv CAE \quad (90^\circ) \\ AD \equiv AE \quad (ip) \end{array} \right\} \text{c.c.} \Rightarrow \Delta BAD \equiv \Delta CAE \Rightarrow BD = CE.</math></p>	2p
	<p>b) Fie <math>CE \cap BD = \{P\}</math> și <math>BD \cap AC = \{Q\}</math>. Notăm <math>ABQ = x = QCE</math> (din a)</p> <p>În <math>\Delta ABQ</math>, <math>AQB = 90^\circ - x = CQP</math>.</p> <p>În <math>\Delta PCQ</math>, <math>CPQ = 18^\circ - x - 90^\circ + x = 90^\circ \Rightarrow CE \perp BD.</math></p>	2p 1p
5.	<p>a) <math>A_{ABCD} = \ell^2 = 90 \text{ cm}^2 \Rightarrow \ell = \sqrt{90} = 3\sqrt{10} \text{ cm}.</math></p> <p><math>\left. \begin{array}{l} M \text{ mijl. } AB \\ O \text{ mijl. } BD \end{array} \right\} \Rightarrow OM = \text{linie mijlocie în } \Delta ADB \Rightarrow OM = \frac{AD}{2} = \frac{3\sqrt{10}}{2} \text{ cm}</math></p>	1p 1p
	<p>b) <math>\left. \begin{array}{l} AM \equiv MB \\ DO \equiv OB \end{array} \right\} \Rightarrow AO \text{ mediană și } DM \text{ mediană}</math></p> <p><math>\Rightarrow AO \cap DM = \{N\}</math> centru de greutate în <math>\Delta ABD \Rightarrow \frac{ON}{OA} = \frac{1}{3} \quad (1)</math></p> <p>În <math>\Delta DPB</math> avem:</p> <p><math>\left. \begin{array}{l} DO \equiv OB \\ DM \equiv MP \end{array} \right\} \Rightarrow PO \cap BM = \{E\}</math> centrul de greutate <math>\Rightarrow</math></p> <p><math>\Rightarrow \frac{BE}{BM} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{BE}{BA} = \frac{1}{3} \quad (2)</math></p>	1p



$$\left. \begin{array}{l} MT \perp A'B \\ \text{Avem: } MT \perp NC(1) \\ A'B \cap (BC = \{B\}) \end{array} \right\} \Rightarrow MT \perp (A'BC), \text{ deci } d(M; (A'BC)) = MT.$$

În  $\triangle A'B'B$ ,  $\sphericalangle B = 90^\circ$ , avem  $BM \equiv MB'$  și  $MT \perp A'B$ , dacă  $B'Q \perp A'Q$ , atunci  $MT$  este linie mijlocie în  $\triangle B'QB$ .

$$B'Q = \frac{A'B' \cdot B'B}{AB} = \frac{6\sqrt{2} \cdot 6}{6\sqrt{3}} = 2\sqrt{6} \Rightarrow MT = \frac{B'Q}{2} = \sqrt{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d(O; (A'BC)) = \sqrt{6} \text{ cm.}$$